

## Обнаружение разрывов в фазовых измерениях одночастотных навигационных приемников при различной нестабильности опорных генераторов

А. С. Пустошилов✉, С. П. Царев

Сибирский Федеральный Университет, Россия, 660041, г. Красноярск,  
пр. Свободный, 79

✉ [alphasoft@inbox.ru](mailto:alphasoft@inbox.ru)

### Аннотация

Использование фазовых измерений позволяет существенно повысить точность решения различных задач с использованием измерительной информации навигационных приемников. Одна из проблем при использовании фазовых измерений – разрывы (скачки) в измерениях. Существующие алгоритмы поиска и компенсации разрывов в фазовых измерениях одночастотного навигационного приемника либо требуют дополнительную информацию (например, доплеровские измерения), либо работают только в дифференциальном режиме, либо могут определять только большие разрывы. Цель исследования – разработка алгоритмов обнаружения малых разрывов в фазовых измерениях одночастотных приемников без использования дополнительной информации. Применяются методы фильтрация медленноменяющегося тренда в фазовых измерениях приемника с использованием полиномиальных или адаптивных базисов, а также модифицированные алгоритмы sparse recovery для оценки разрывов в разности кодовых и фазовых измерений. Алгоритм, применяемый для поиска разрывов в фазовых измерениях, зависит от качества опорного генератора навигационного приемника. Для приемников с опорным генератором с высокой стабильностью (с водородным стандартом частоты) достаточно использование полиномиальной фильтрации медленноменяющегося тренда, что позволяет непосредственно обнаруживать разрывы в фазовых измерениях с вероятностью, близкой к единице. Для навигационных приемников с опорным генератором с низкой стабильностью (приемники на кварцевом стандарте частоты) применение модифицированного алгоритма минимизации полной вариации с фильтрацией тренда к разности кодовых и фазовых одночастотных измерений позволяет обнаружить разрывы в 1 цикл на фоне шумовой составляющей сопоставимой величины с вероятностью 0,8. Результаты могут быть применены при разработке навигационных систем с одночастотными приемниками с низкими требованиями к стабильности опорного генератора, а также при апостериорной обработке измерений для коррекции фазовых измерений на этапе предобработки.

**Ключевые слова**

глобальные навигационные спутниковые системы, разрывы в фазовых измерениях, sparse recovery

**Для цитирования**

Пустошилов А. С., Царев С. П. Обнаружение разрывов в фазовых измерениях одночастотных навигационных приемников при различной нестабильности опорных генераторов. *Ural Radio Engineering Journal*. 2021;5(2):144–161. DOI: 10.15826/urej.2021.5.2.004.

## **Detecting cycle slips in carrier-phase measurements of single frequency navigation receivers with different instabilities of reference oscillators**

**A. S. Pustoshilov**✉, **S. P. Tsarev**

Siberian Federal University, 79 Svobodny Ave., Krasnoyarsk, 660041, Russia

✉ alphasoft@inbox.ru

**Abstract**

The use of carrier-phase measurements significantly increases the accuracy of solutions when using the measurements of navigation receivers. One of the problems in carrier-phase measurements is discontinuities (cycle slips) in the measurements. The existing algorithms of detection and compensation of cycle slips in carrier-phase measurements of a single-frequency navigation receiver either require additional information (for example, Doppler measurements), or operate only in differential mode, or can only detect large cycle slips. The purpose of the research is the development of algorithms for detecting small cycle slips in carrier-phase measurements of single-frequency receivers without using additional information. We use methods of filtering of the trend in the carrier-phase measurements using polynomial or adaptive bases, as well as modified sparse recovery algorithms to estimate cycle slips in the difference between code and carrier-phase measurements. The algorithm which is used to search cycle slips in carrier-phase measurements depends on the quality of the reference oscillator of the navigation receiver. For receivers with high-stability reference oscillators (e.g. active hydrogen maser), one can use polynomial filtering of the trend, the filtering result directly detects discontinuities in carrier-phase measurements with a probability close to unity. For navigation receivers with low-stability reference oscillators (quartz reference oscillators), a modified algorithm for minimization of the total variation with filtering of the trend applied to the difference between the code and carrier-phase single-frequency measurements detects discontinuities in 1 cycle slip against the background of the noise component of comparable magnitude with a probability of 0.8. The results may be applied in navigation systems with single-frequency receivers with low stability reference oscillators, as well as in a posteriori processing of

receivers' measurements to correct carrier-phase measurements on the preprocessing stage.

### Keywords

global navigation satellite systems, cycle slips in carrier-phase measurements, sparse recovery

### For citation

Pustoshilov A. S., Tsarev S. P. Detecting cycle slips in carrier-phase measurements of single frequency navigation receivers with different instabilities of reference oscillators. *Ural Radio Engineering Journal*. 2021;5(2):144–161. DOI: 10.15826/urej.2021.5.2.004.

## Введение

Использование фазовых измерений навигационных приемников ГНСС (глобальных навигационных спутниковых систем) позволяет существенно повысить точность решения навигационных задач. Для этого, в частности, необходимо обнаруживать и устранять (компенсировать) разрывы в фазовых измерениях. Для двухчастотных приемников обнаружение разрывов обычно выполняется комбинацией Мельбурна – Вуббена [1; 2]. Для недорогих одночастотных приемников, появившихся в последнее время на рынке, построение такой комбинации невозможно, и задача поиска разрывов для них обычно решается [3] либо с использованием доплеровских измерений [4], с использованием нескольких спутников [5], временными разностями высоких порядков [6] (при этом детектируются лишь большие разрывы), либо в режимах относительного позиционирования [7; 8]. В данной работе предлагаются алгоритмы, позволяющие с высокой достоверностью находить положения разрывов в фазовых одночастотных измерениях и их величину без дополнительной информации за счет применения алгоритмов полиномиальных и адаптивных аппроксимаций и современных алгоритмов семейства sparse recovery.

## Постановка задачи

В данной работе предлагается рассматривать измерения  $y(t_i)$  навигационного приемника (или их комбинацию – разность кодовых и фазовых измерений) как сумму трех составляющих:

$$y(t_i) = x(t_i) + s(t_i) + n(t_i), \quad (1)$$

где  $x(t_i)$  – кусочно-постоянная функция разрывов в фазовых измерениях;  $s(t_i)$  – медленноменяющийся гладкий тренд;  $n(t_i)$  – остаточный шум измерений.

Среди приемников, измерения которых доступны в сети IGS (International GNSS Service, [9]), можно выделить несколько

групп, различающихся как по шагу измерений (1-секундные, 30-секундные и др.), так и по показателям нестабильности опорного генератора, отвечающего за шкалу времени приемника. Как правило, используются либо “internal” (кварцевые) генераторы с относительно низкой стабильностью на небольших временных интервалах, либо внешние высокостабильные генераторы (водородные или другие атомные стандарты времени и частоты). Как будет показано ниже, для высокостабильных генераторов возможно надежное решение задачи детектирования и оценки величины разрывов непосредственно обработкой самого временного ряда фазовых измерений. Для низкостабильных генераторов остаточный шум фазовых измерений в нашей модели фильтрации (вызванный флуктуациями временной метки измерений) слишком велик и маскирует разрывы фазы. В этом случае мы предлагаем устранить влияние шума опорного генератора взятием разности кодовых и фазовых измерений. При этом, разумеется, вносится большой шум самих кодовых измерений. Однако в широко распространенных приемниках этот шум по своим характеристикам позволяет применить для выделения компоненты  $x(t_i)$  из анализируемой разности (1) кодовых и фазовых измерений методы sparse recovery. Тем самым мы рассматриваем две ситуации при анализе ряда измерительных данных приемников ГНСС:

**Первая ситуация:** шум опорного генератора мал (много меньше минимально возможной величины разрыва в фазовых измерениях). Задача выделения  $x(t_i)$  в этом случае решается непосредственно для фазовых измерений. Используя стандартные модели и обозначения для фазовых измерений навигационных приемников (см., например, [10]), к медленноменяющемуся гладкому тренду в фазовых измерениях  $s(t_i)$  будем относить  $\rho(t_i)$  – геометрическую дальность,  $\omega(t_i)$  – доворот фазы,  $\tau_{ион}(t_i)$  – ионосферные и  $\tau_{тропо}(t_i)$  – тропосферные эффекты,  $\Delta t_{Тракт НП(L)}$  – фазовую задержку в тракте навигационного приемника и  $\Delta t_{Тракт НС(L)}$  – фазовую задержку в тракте навигационного спутника, медленные тренды в  $\Delta t_{ШВ НП}(t_i)$  – часах (опорных генераторах) навигационного приемника (НП) и  $\Delta t_{ШВ НС}(t_i)$  – навигационного спутника (НС),  $\Delta t_{рел}(t_i)$  – релятивистские эффекты,  $N$  – фазовую неоднозначность:

$$\begin{aligned} s(t_i) = & \rho(t_i) + c(\Delta t_{Тракт НП(L)}(t_i) - \Delta t_{Тракт НС(L)}(t_i)) + \\ & + \lambda(N + \omega(t_i)) + c(\tau_{тропо}(t_i) - \tau_{ион}(t_i)) + \\ & + c(\Delta t_{ШВ НП}(t_i) - \Delta t_{ШВ НС}(t_i) + \Delta t_{рел}(t_i)), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $t_i$  – момент измерений;  $c$  – скорость света;  $\lambda$  – длина волны на частоте несущей.

Функция  $x(t_i)$  моделируется как кусочно-постоянная с разрывами, соответствующими по величине и положению (пока неизвестным) разрывам фазовых измерений. Она определена с точностью до некоторой постоянной.

Все остальные (малые по величине) быстро меняющиеся компоненты измерений записываются как шумовая составляющая  $n(t_i)$ .

**Вторая ситуация:** шум опорного генератора велик (сравним или больше минимально возможной величины разрыва в фазовых измерениях). Задача восстановления  $x(t_i)$  формулируется для разности кодовых и фазовых измерений  $y(t_i)$  для исключения влияния нестабильности стандарта частоты. Медленноменяющийся гладкий тренд  $s(t_i)$  в этом случае равен:

$$s(t_i) = c(\Delta t_{\text{Тракт НП(L)}}(t_i) - \Delta t_{\text{Тракт НС(L)}}(t_i) - \Delta t_{\text{Тракт НП(C)}}(t_i) + \Delta t_{\text{Тракт НС(C)}}(t_i)) + 2 \cdot c \cdot \tau_{\text{ион}}(t_i) + \lambda(N + \omega(t_i)), \quad (3)$$

где  $t_i$  – момент измерений;  $c$  – скорость света в вакууме;  $\lambda$  – длина волны на частоте несущей;  $\Delta t_{\text{Тракт НС(L)}}$  – фазовая задержка в тракте навигационного спутника;  $\Delta t_{\text{Тракт НС(C)}}$  – кодовая задержка в тракте навигационного спутника,  $\Delta t_{\text{Тракт НП(L)}}$  – фазовая задержка в тракте навигационного приемника;  $\Delta t_{\text{Тракт НП(C)}}$  – кодовая задержка в тракте навигационного приемника;  $\tau_{\text{ион}}(t_i)$  – задержка сигнала в ионосфере;  $N$  – фазовая неоднозначность;  $\omega(t_i)$  – доворот фазы.

Компоненты  $x(t_i)$  и  $n(t_i)$  вводятся так же, как и в первой ситуации.

В обеих ситуациях задачу обнаружения и компенсации разрывов в фазовых измерениях можно сформулировать как задачу выделения кусочно-постоянной функции из аддитивной смеси этой функции с медленноменяющимся гладким трендом и шумом.

## Предлагаемые алгоритмы

### *Оценка медленноменяющегося гладкого тренда при отсутствии разрывов*

Оценка медленноменяющегося гладкого тренда временного ряда в случае отсутствия разрывной компоненты  $x(t_i)$  может быть выполнена с помощью методов, разработанных ранее в [11–14]. Используя эти методы, подбираем подходящую степень полиномиального или адаптивного приближения анализируемого временного ряда  $y(t_i)$ , чтобы добиться необходимой нам точности приближения (возможная величина разрыва кратна половине длины волны, тогда ошибка аппроксимации должна быть на порядок меньше, что соответствует 1 см). Представляя временные ряды измерений, тренда и пр. как обычные числовые векторы, получим оценку вектора тренда:

$$\hat{s} = M \cdot M^T \cdot y, \quad (4)$$

где  $y$  – вектор измерений ( $y_i = y(t_i)$ );  $M$  – прямоугольная матрица, образованная из некоторой ортонормированной системы векторов (отметим, что мы везде ниже используем ортонормированные, но не полные системы векторов, называя их для краткости базисами);  $\hat{s}$  – полученная оценка вектора тренда. При выборе полиномиальной аппроксимации набор значений дискретных ортонормированных полиномов Хана – Чебышева  $ph_k(t_i)$  до подходящей степени  $d$  и дает основную матрицу:

$$M_P = \begin{bmatrix} ph_0(t_0) & \cdots & ph_d(t_0) \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ ph_0(t_n) & \cdots & ph_d(t_n) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Отметим, что, чем меньше количество векторов в базисе, используемом для аппроксимации, тем устойчивее работа последующих шагов наших алгоритмов. Для уменьшения размера базиса (без ухудшения точности приближения) мы используем адаптивные ортонормированные базисы, их построение см. ниже.

В работе [14] рассматривался новый способ интерполяции орбиты навигационных спутников, что позволяет сократить число используемых для интерполяции точек, по сравнению с полиномиальными интерполяциями. Используя эту идею, построим адаптивный ортонормированный базис аппроксимации из временного ряда фазовых измерений следующим образом:

1. Формируется матрица  $G$ , в столбцы которой записываются фазовые измерения некоторого приемника (например, для спутника R01) отрезками длительностью  $w + 1$  со сдвигом по времени на величину  $\Delta$  из некоторого достаточно длинного интервала наблюдений  $[t_a, t_b]$ , на котором отсутствовали разрывы фазы:

$$G = \begin{bmatrix} Y_{R01}(t_a) & \cdots & Y_{R01}(t_{a+\Delta}) & \cdots & Y_{R01}(t_{b-w}) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Y_{R01}(t_{a+w}) & \cdots & Y_{R01}(t_{a+w+\Delta}) & \cdots & Y_{R01}(t_b) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

2. Находим сингулярное разложение  $G$  (SVD в языке Julia [15]):

$$U, S, V = SVD(G). \quad (7)$$

3. Ортонормированный адаптивный базис и основная матрица  $M$  формируется из столбцов  $U$ :

$$M_G = \begin{bmatrix} U[1, 1] & \cdots & U[1, d] \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ U[w+1, 1] & \cdots & U[w+1, d] \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Количество столбцов  $d$  подбирается, исходя из требуемой точности приближения исходной матрицы измерений  $\mathbf{G}$  усеченными матрицами  $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{V}$  (стандартная процедура приближения матрицей малого ранга). Число  $d$  векторов адаптивного базиса при той же точности аппроксимации меньше, чем необходимое для той же точности число полиномов Хана – Чебышева, что приводит к повышению вероятности правильного обнаружения разрывов.

### **Фильтрация медленноменяющегося гладкого тренда**

Далее мы строим линейный фильтр, прохождение через который зануляет медленноменяющийся тренд с необходимой точностью (около 1 сантиметра или менее). Используя полиномиальные или адаптивные аппроксимации, описанные выше, получим матрицу фильтра:

$$\mathbf{F} = \mathbf{I} - \mathbf{M} \cdot \mathbf{M}^T, \quad (9)$$

где  $\mathbf{M}$  – матрица ортонормированного базиса;  $\mathbf{I}$  – единичная матрица. Матрица  $\mathbf{M}$  будет играть основную роль в случае низкостабильных генераторов приемника (вторая ситуация).

### **Скользящее окно совместной оценки разрыва и тренда**

Первый способ поиска разрывов в фазовых измерениях заключается в использовании скользящего окна с предполагаемым разрывом в середине. Для учета медленноменяющегося тренда вводится базис аппроксимации для этого тренда, для чего формируется матрица  $\mathbf{C}$ :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & ph_1(t_1) & \cdots & ph_d(t_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & ph_1(t_i) & \cdots & ph_d(t_i) \\ 0 & 1 & ph_1(t_{i+1}) & \cdots & ph_d(t_{i+1}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & ph_1(t_n) & \cdots & ph_d(t_n) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где  $i$  – половина длины скользящего окна (момент предполагаемого разрыва);  $n = 2i$  – длина скользящего окна;  $d$  – максимальная степень аппроксимирующего полинома в окне;  $ph_k(t_i)$  – значения дискретного полинома Хана – Чебышева;  $k$  – его степень и  $t_i$  – моменты времени измерений. Аналогично строится  $\mathbf{C}$  при использовании адаптивных базисов. Для матрицы  $\mathbf{C}$  вычисляется псевдообратная матрица Мура – Пенроуза  $\mathbf{C}^+$ .

По всему вектору измерений  $\mathbf{y}$  проходим скользящим окном размером  $n$ , в каждом окне производится вычисление



$$\hat{c}_j = C^+ \cdot y[j: j + 2i - 1], \quad (11)$$

вектора коэффициентов аппроксимации  $\hat{c}_j$ ,  $y[j: j + 2i - 1]$  – скользящее окно;  $j$  – положение начального отсчета в скользящем окне;  $n = 2i$  – размер окна.

Оценки величины разрыва в середине окна записываем в вектор  $\hat{\mathbf{d}}$ :

$$\hat{d}_{j+i} = \hat{c}_j[2] - \hat{c}_j[1], \quad (12)$$

где  $j$  – положение начального отсчета окна;  $i$  – половина длины окна.

Далее выполняется поиск положений и величин экстремумов в векторе  $\hat{\mathbf{d}}$

### Алгоритмы *CPHATV-LP* и *CFATV-LP*

В ситуации, когда приемник имеет низкостабильный опорный генератор и мы анализируем временной ряд разностей кодовых и фазовых измерений (вторая ситуация), особенно эффективными показали себя современные алгоритмы семейства *sparse recovery*, в частности, основанные на минимизации полной вариации (*total variation*) искомого вектора  $\mathbf{x}$ , т. е. величины:

$$TV(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N-1} |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i-1}|. \quad (13)$$

Общая идея подобных алгоритмов может быть упрощенно описана как нахождение разреженного (*sparse*) неизвестного вектора (в нашем случае это положения разрывов) с помощью решения некоторой задачи оптимизации с нелинейной целевой функцией и нелинейными дополнительными ограничениями. *Sparse recovery* (часто также называемая в несколько другом контексте *compressive sensing*) уже применялась в задачах обработки сигналов ГНСС [6; 16–20]. Отметим, что задача нахождения кусочно-постоянной функции в смеси с большим шумом очень популярна, подробно исследована и получила многочисленные применения в обработке изображений и временных рядов. В нашем случае ситуация существенно сложнее из-за присутствия гладкого, но очень большого по величине тренда. В имеющейся литературе этот случай редко рассматривается и наиболее подходящей к нашей задаче является работа [21].

В нашей работе алгоритмы, предложенные в [21], были усовершенствованы для повышения чувствительности при большом уровне шума. Для сведения рассматриваемой нами задачи к задаче нелинейной оптимизации в [21] использовалась регуляризованная норма в  $L_p$ :



$$TV(\mathbf{x}, p, \varepsilon) = \sum_{i=1}^{N-1} \left( \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i-1}\| + \varepsilon \right)^p, \quad (14)$$

где  $\varepsilon$  – маленькое положительное число порядка  $10^{-6}$ . Тогда задача нахождения кусочно-постоянной функции разрывов  $\mathbf{x}$  в смеси  $\mathbf{y}$  минимизацией полной вариации формулируется следующим образом:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} TV(\mathbf{x}, p, \varepsilon) \\ \text{при условии } \|\mathbf{F} \cdot (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{x}})\|_2 \leq r \end{cases}, \quad (15)$$

где  $\mathbf{y}$  – вектор разности кодовых и фазовых измерений;  $\mathbf{F}$  – линейный фильтр, зануляющий медленноменяющийся тренд;  $r$  – остаточный уровень шума.

Наши усовершенствования предложенного в [21] алгоритма SPATV-LP решения задачи (15) заключаются в замене способа фильтрации тренда (матрица фильтра  $\mathbf{F}$ ): алгоритм SPHATV-LP использует для построения  $\mathbf{F}$  базис полиномов Хана (что повысило точность и устойчивость алгоритма); второй новый алгоритм SFATV-LP использует для построения  $\mathbf{F}$  описанный выше ортонормированный адаптивный базис аппроксимации.

Все используемые нами алгоритмы были реализованы на языке Julia [15].

## Результаты

### Модельные эксперименты

Для отработки предложенных выше алгоритмов (вторая ситуация, большой шум) были смоделированы следующие компоненты измерений интервалами 3 часа:

- медленноменяющийся тренд в виде геометрической дальности (рассчитанной для навигационного спутника R01 на 1 февраля 2017 года для станции IGS KIR0) переведенной в циклы (для диапазона L1). Другие компоненты медленноменяющегося тренда (2), (3) не моделировались, т.к. они относительно малы;
- модельный разрыв – кусочно-постоянная функция с одним скачком величиной 1 цикл, с произвольным положением на интервале измерений;
- случайный квазигибельный нормальный шум с нулевым средним и различной дисперсией.

Для набора статистики генерировалось 500 различных реализаций аддитивной смеси, длина одной реализации составляла 10 800 секунд (3 часа).

Эксперимент проводился для данных с шагом 1 секунду. Критерий «правильного» обнаружения разрыва был выбран следующий: обнаружение положения разрыва с отклонением от

истинного не более  $\pm 10$  секунд и оцененной алгоритмами величиной разрыва от 0,5 до 1,5 цикла.

В таблице 1 приведены вероятности правильного обнаружения положения и величины разрыва кусочно-постоянной функции алгоритмом CFATV-LP и алгоритмом скользящего окна с полиномиальным (П.) и адаптивным (А.) базисом с разной величиной окна (в секундах).

**Таблица 1.** Вероятность правильного обнаружения разрыва, %

**Table 1.** Probability of correct detection of cycle slips (in percents)

СКО шума	CFATV-LP	Алгоритмы скользящего окна					
		П. 300 с	А. 300 с	П. 600 с	А. 600 с	П. 900 с	А. 900 с
0.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.5	100.0	99.8	99.8	100.0	100.0	100.0	100.0
1.0	94.2	46.2	45.4	86.6	86.2	87.8	88.2
1.5	79.2	15.8	16.0	40.6	40.8	46.4	46.0
2.0	63.2	5.4	5.2	19.6	19.0	20.2	20.4
2.5	50.2	4.8	5.0	11.0	10.8	12.0	11.8
3.0	33.6	3.8	3.6	7.4	7.0	6.0	6.0

Как видно из данных табл. 1, точность обнаружения положения и величины разрыва при больших уровнях шума алгоритмом CFATV-LP существенно выше, чем у оконных алгоритмов.

#### **Апробация на реальных данных**

С официального архива IGS [22] были получены файлы с 1-секундными измерениями от высокоширотных станций KIRO, REYK, ONI3, YELL в формате RINEX 2.11. Были выделены следующие измерения и их комбинации (при наличии всех необходимых измерений) для спутников ГЛОНАСС:

- фазовые измерения на диапазонах L1 и L2;
- кодовые измерения на диапазонах L1 (C1) и L2 (C2);
- разности кодовых и фазовых измерений на диапазонах L1 (C1L1) и L2 (C2L2);
- разность фазовых измерений на диапазонах L1 и L2 (L1L2).

Станции ONI3 и YELL подключены к водородным стандартам частоты, и в результате применения описанного выше фильтра, зануляющего медленноменяющийся тренд, становятся видны разрывы в фазовых измерениях. На рис. 1 показан пример исходных данных (верхний красный график) и результатов фильтрации в случае присутствия разрывов в фазовых измерениях (красные графики ниже). Также на каждом графике синим цветом показаны разности по времени между соседними измерениями. Размер базиса полиномиальной аппроксимации составлял 9.

Как видно на четвертом графике на рис. 1, в разности фазовых измерений L1L2 наблюдается разрыв величиной приблизительно 25 см, что соизмеримо с длиной волны на диапазоне L2. В результатах фильтрации фазовых измерений на диапазоне L2 (третий график) наблюдается разрыв величиной в 1 цикл (1 длина волны), что подтверждает возможность обнаружения разрывов в фазовых измерениях для высокостабильных опорных генераторов путем вычисления разностей после линейной фильтрации фазовых измерений. В диапазоне L1 разрывы отсутствуют (синий график разностей по величине всюду меньше

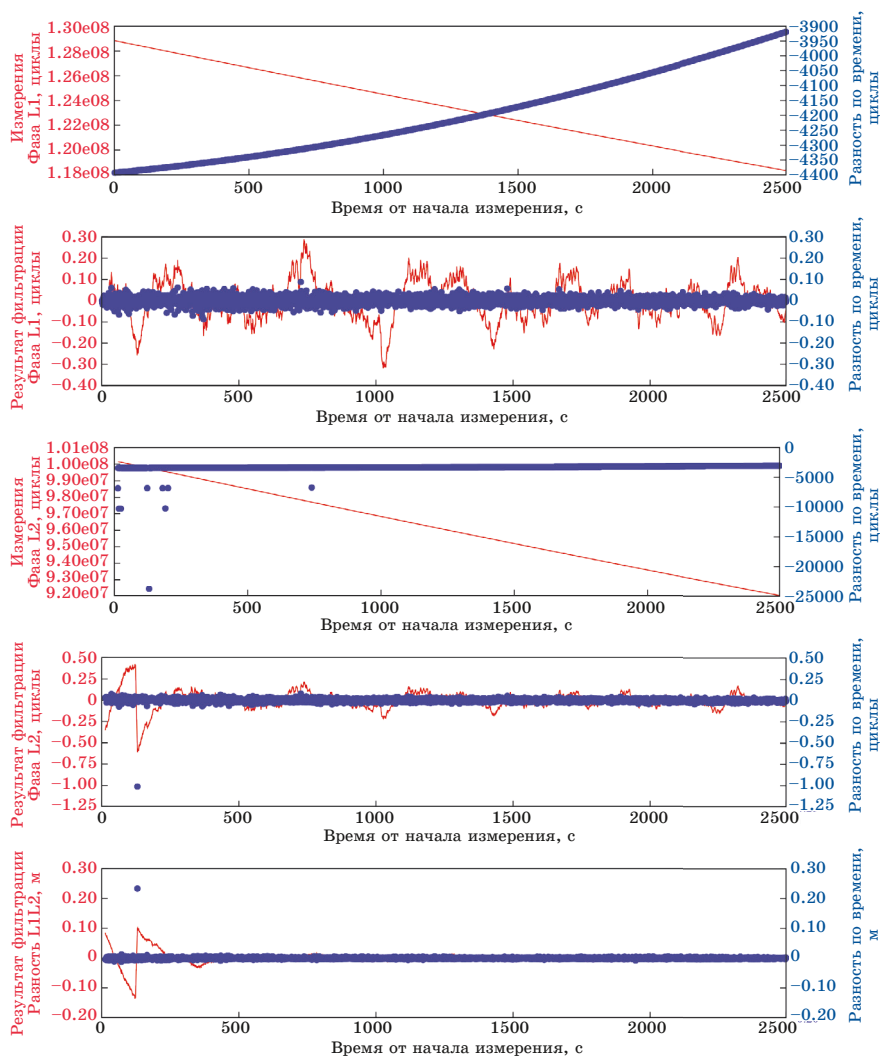


Рис. 1. Фазовые измерения со станции YELL и результаты фильтрации

Fig. 1. Carrier-phase measurements from YELL and filtering results

0.1 цикла). Отметим многочисленные большие выбросы на третьем графике разностей (синие точки), обусловленные пробелами ряда измерений. После полиномиальной фильтрации нашим алгоритмом эти артефакты пропадают.

Рассмотрим станции KIRO и REYK, которые используют в качестве опорного генератора внутренний генератор приемника. Для исключения влияния шума опорного генератора будем рассматривать разности кодовых и фазовых измерений на частоте L1. Для апробации работы алгоритма CFATV-LP было выбрано 11 интервалов измерений длительностью от 4000 до 8000 секунд без разрывов фазовых измерений (проверка применением фильтрации к разности L1L2). Для увеличения числа экспериментов и набора статистики, эксперименты по обнаружению вносимого нами модельного разрыва в данных выполнялись на интервалах в 1 000 секунд, которые выделялись из отобранных интервалов со сдвигом 150 секунд, далее на каждом выбранном интервале добавлялись разрывы величиной от 1 до 5 циклов (величина разрыва в метрах равна произведению числа циклов на длину волны для данного диапазона), на каждую величину разрыва 25 раз моделировалось случайное (равномерно распределенное) положение разрыва. Таким образом было сформировано более 40 000 интервалов, в которых алгоритмом CFATV-LP выполнялся поиск внесенного разрыва. **В качестве критерия правильного обнаружения разрыва будем считать, что обнаружен только один разрыв, отклонение положения обнаруженного разрыва от моделируемого положения не более 60 секунд.**

В силу разного уровня шума кодовых измерений на разных интервалах, отношение величины скачка (1 цикл) к СКО шума различно и отображено в первой колонке табл. 2.

**Таблица 2.** Вероятность правильного обнаружения разрыва, %

**Table 2.** Probability of correct detection of cycle slips (in percents)

Интервал значений отношения величины скачка к СКО шума	Процент правильного обнаружения
от 0.40 до 0.54	33,90
от 0.54 до 0.62	36,52
от 0.62 до 0.95	56,62
от 0.95 до 1.08	80,85
от 1.09 до 1.22	81,12
от 1.22 до 1.55	89,05
от 1.55 до 1.65	97,08
от 1.65 до 2.00	95,54
от 2.00 до 2.18	99,54
от 2.18 до 2.50	99,60
от 2.50 до 2.75	99,89
от 2.75 до 4.00	100,00

Как видно из данных табл. 2, алгоритм СРНАТV-LP позволяет по разности фазовых и кодовых измерений с вероятностью более 0,8 правильно обнаруживать разрывы фазовых измерений в шуме, соизмеримом с величиной разрыва.

В реальных измерениях часто встречаются множественные разрывы фазовых измерений. На интервалах, отобранных для проведения моделирования одиночных разрывов фазовых измерений, выделялись интервалы длительностью 2 000 секунд со сдвигом 150 секунд. На каждом интервале формировалось от 2 до 5 разрывов величинами от  $-6$  до 6 циклов. Было сформировано 1 000 интервалов с модельными разрывами фазы. По результатам применения алгоритма СРНАТV-LP была проведена вычислена вероятность правильной идентификации разрывов. На рис. 2 показан пример такого обнаружения разрывов. Верхний график (единица измерений везде – метры) отображает синим модельные разрывы и красным сумму реальных данных и моделируемых разрывов, нижний (синим) – моделируемые и (красным) восстановленные алгоритмом СРНАТV-LP разрывы. На рис. 2 видно, что алгоритм СРНАТV-LP позволяет восстанавливать множественные разрывы в фазовых измерениях при большом шуме в разности кодовых и фазовых измерений (низкостабильные опорные генераторы), хотя и возможна ошибка с положением и величинами обнаруженных разрывов. Общее число правильно обнаруженных множественных разрывов составляет приблизительно 70% для 1 000 экспериментов.

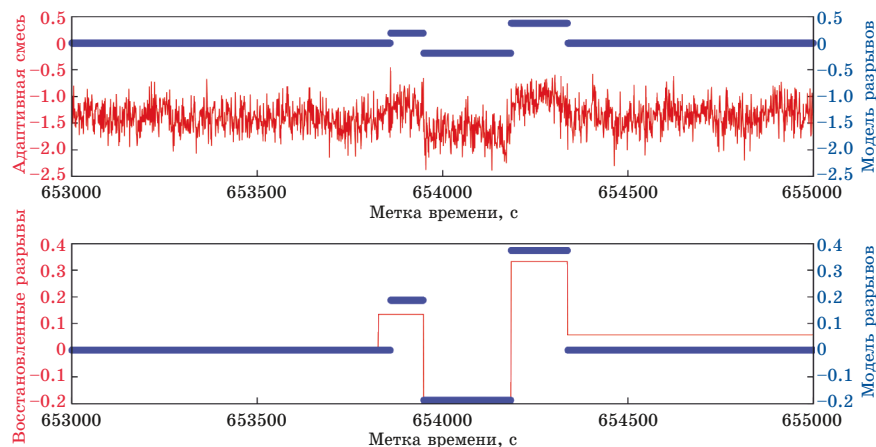


Рис. 2. Обнаружение множественных модельных разрывов в разности кодовых и фазовых измерений

Fig. 2. Detecting multiple modeled cycle slips in code and carrier-phase difference

## Заключение

Для одночастотных навигационных приемников с высокостабильным опорным генератором поиск разрывов фазовых измерений может выполняться непосредственно по фазовым измерениям линейной фильтрацией и взятием временных разностей. Данный алгоритм устойчив к пропускам в измерениях.

Для одночастотных приемников с низкостабильным опорным генератором нахождение разрывов в разности кодовых и фазовых измерений может выполняться предложенными нами алгоритмами СРНАТV-LP или СФАТV-LP с вероятностью правильного обнаружения не менее 0,8 при отношении величины разрыва к СКО шума, близким к 1.

## Благодарности

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (код научной темы FSRZ-2020-0011).

## Acknowledgments

The research was carried out within the state assignment of Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (theme No. FSRZ-2020-0011).

## Список литературы

1. Blewitt G. An automatic editing algorithm for GPS data. *Geophysical research letters*. 1990;17(3):199–202. DOI: 10.1029/GL017i003p00199
2. Безменов И.В., Блинов И.Ю., Наумов А.В., Пасынок С.Л. Алгоритм определения скачков в комбинации Мельбурна-Вуббена, образованной из кодовых и фазовых данных измерений в глобальных навигационных спутниковых системах. *Измерительная техника*. 2019;(5):25–30. DOI: 10.32446/0368-1025it.2019-5-25-30 (На англ. яз.: DOI: 10.1007/s11018-019-01639-5)
3. Farooq S.Z., Yang D., Jin T., Ada E.N.J. Survey of Cycle Slip Detection & Correction Techniques for Single Frequency Receivers. In: *2018 IEEE 18<sup>th</sup> International Conference on Communication Technology (ICCT)*, 2018. P. 957–961. DOI: 10.1109/ICCT.2018.8599879
4. Cederholm P., Plausinaitis. D. Cycle Slip Detection in Single Frequency GPS Carrier Observations Using Expected Doppler Shift. *Nordic Journal of Surveying and Real Estate Research*. 2014;10(1):63–79. Available at: <https://journal.fi/njs/article/view/41462>
5. Zhao X., Niu Z., Li G., Shuai Q., Zhu B. A New Cycle Slip Detection and Repair Method Using a Single Receiver's Single Station B1 and L1 Frequencies in Ground-Based Positioning Systems. *Sensors*. 2020;20(2):346. DOI: 10.3390/s20020346
6. Rapoport, L.B., Compressive Sensing Approach for the Cycle Slips Detection, Isolation, and Correction. In: *Proceedings of the 27<sup>th</sup>*

*International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS+ 2014)*, 2014, Tampa, Florida, September, 2014. P. 2602–2610.

7. Farooq S.Z., Yang D., Jin T., Ada E.N.J. CS detection and correction techniques for RTK positioning using single-frequency GNSS receivers: trends and comparison, *Radar Sonar & Navigation IET*. 2019;13(11):1857–1866. DOI: 10.1049/iet-rsn.2019.0084

8. Li B., Liu T., Nie L., Qin Y. Single-frequency GNSS cycle slip estimation with positional polynomial constraint. *Journal of Geodesy*. 2019;93(9):1781–1803. DOI: 10.1007/s00190-019-01281-7

9. Beutler G., Rothacher M., Schaer, S., Springer T.A., Kouba J., Neilan R.E. The International GPS Service (IGS): An interdisciplinary service in support of Earth sciences. *Advances in Space Research*. 1999;23(4):631–653.

10. Teunissen P., Montenbruck O. *Springer handbook of global navigation satellite systems*. Springer; 2017. 1272 p. DOI: 10.1007/978-3-319-42928-1

11. Пустошилов А.С. Метод обнаружения малых аномалий в финальных орбитах навигационных спутников ГЛОНАСС. *Успехи современной радиоэлектроники*. 2019;(12):142–147. DOI: 10.18127/j20700784-201912-22

12. Tsarev S.P., Kytmanov A.A. *Discrete orthogonal polynomials as a tool for detection of small anomalies of time series: a case study of GPS final orbits*. Available at: <https://arxiv.org/abs/2004.00414> (Accessed: 01.06.2020)

13. *High degree least squares polynomial fitting using discrete orthogonal polynomials*. Available at: <https://github.com/sptsarev/high-deg-polynomial-fitting> (Accessed: 01.06.2020)

14. Пустошилов А.С., Царев С.П. Высокоточное восстановление орбит спутников глобальной навигационной спутниковой системы методом обучения по расширенным SP3-данным. *Успехи современной радиоэлектроники*. 2017;(12):48–52.

15. *The Julia Programming Language*. Available at: <https://julialang.org/> (Accessed: 01.06.2020)

16. Li X., Eldar Y.C., Scaglione A. Low complexity acquisition of GPS signals. In: *2011 IEEE 12<sup>th</sup> International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, 2011. P. 56–60. DOI: 10.1109/SPAWC.2011.5990476

17. Chang C.L. Modified compressive sensing approach for GNSS signal reception in the presence of interference. *GPS Solutions*. 2016;20(2):201–213. DOI: 10.1007/s10291-014-0429-x

18. He G., Song M., He X., Hu Y. GPS Signal Acquisition Based on Compressive Sensing and Modified Greedy Acquisition Algorithm. *IEEE Access*. 2019;7:40445–40453. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2906682

19. He G., Song M., Zhang S., Song P., Shu X. Sparse GLONASS Signal Acquisition Based on Compressive Sensing and Multiple



Measurement Vectors. *Mathematical Problems in Engineering*. 2020. DOI: 10.1155/2020/9654120

20. Li D., Ma Z., Li W., Zhao J., Wei Z. BDS Cycle Slips Detection and Repair Based on Compressive Sensing. In: Sun J., Yang C., Guo S. (eds) *China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2018 Proceedings*. Springer, Singapore; 2018. Vol. 2, p. 597–607. DOI: 10.1007/978-981-13-0014-1\_49

21. Selesnick I.W., Arnold S., Dantham V.R. Polynomial Smoothing of Time Series With Additive Step Discontinuities. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2012;60(12):6305–6318. DOI: 10.1109/TSP.2012.2214219

22. *Crustal Dynamics Data Information System NASA's Archive of Space Geodesy Data* Available at: [https://cddis.nasa.gov/Data\\_and\\_Derived\\_Products/CDDIS\\_Archive\\_Access.html](https://cddis.nasa.gov/Data_and_Derived_Products/CDDIS_Archive_Access.html) (Accessed: 01.06.2020)

## References

1. Blewitt G. An automatic editing algorithm for GPS data. *Geophysical research letters*. 1990;17(3):199–202. DOI: 10.1029/GL017i003p00199

2. Bezmenov I.V., Blinov I.Y., Naumov A.V., Pasynok S.L. An algorithm for cycle-slip detection in a melbourne–WBBENA combination formed of code and carrier phase GNSS measurements. *Measurement Techniques*. 2019;62(5):415–421. DOI: 10.1007/s11018-019-01639-5 (Russ.: DOI: 10.32446/0368-1025it.2019-5-25-30)

3. Farooq S.Z., Yang D., Jin T., Ada E.N.J. Survey of Cycle Slip Detection & Correction Techniques for Single Frequency Receivers. In: *2018 IEEE 18<sup>th</sup> International Conference on Communication Technology (ICCT)*, 2018, pp. 957–961. DOI: 10.1109/ICCT.2018.8599879

4. Cederholm P., Plaustinaitis D. Cycle Slip Detection in Single Frequency GPS Carrier Observations Using Expected Doppler Shift. *Nordic Journal of Surveying and Real Estate Research*. 2014;10(1):63–79. Available at: <https://journal.fi/njs/article/view/41462>

5. Zhao X., Niu Z., Li G., Shuai Q., Zhu B. A New Cycle Slip Detection and Repair Method Using a Single Receiver's Single Station B1 and L1 Frequencies in Ground-Based Positioning Systems. *Sensors*. 2020;20(2):346. DOI: 10.3390/s20020346

6. Rapoport, L.B., Compressive Sensing Approach for the Cycle Slips Detection, Isolation, and Correction. In: *Proceedings of the 27<sup>th</sup> International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS+ 2014)*, 2014, Tampa, Florida, September, 2014, pp. 2602–2610.

7. Farooq S.Z., Yang D., Jin T., Ada E.N.J. CS detection and correction techniques for RTK positioning using single-frequency GNSS receivers: trends and comparison, *Radar Sonar & Navigation IET*. 2019;13(11):1857–1866. DOI: 10.1049/iet-rsn.2019.0084

8. Li B., Liu T., Nie L., Qin Y. Single-frequency GNSS cycle slip estimation with positional polynomial constraint. *Journal of Geodesy*. 2019;93(9):1781–1803. DOI: 10.1007/s00190-019-01281-7

9. Beutler G., Rothacher M., Schaer, S., Springer T.A., Kouba J., Neilan R.E. The International GPS Service (IGS): An interdisciplinary service in support of Earth sciences. *Advances in Space Research*. 1999;23(4):631–653.

10. Teunissen P., Montenbruck O. *Springer handbook of global navigation satellite systems*. Springer; 2017. 1272 p. DOI: 10.1007/978-3-319-42928-1

11. Pustoshilov A.S. Method for detection of small anomalies in final orbits of GLONASS navigation satellites. *Uspekhi sovremennoi radioelektroniki*. 2019;(12):142–147. (In Russ.) DOI: 10.18127/j20700784-201912-22

12. Tsarev S.P., Kytmanov A.A. *Discrete orthogonal polynomials as a tool for detection of small anomalies of time series: a case study of GPS final orbits*. Available at: <https://arxiv.org/abs/2004.00414> (Accessed: 01.06.2020)

13. *High degree least squares polynomial fitting using discrete orthogonal polynomials*. Available at: <https://github.com/sptsarev/high-deg-polynomial-fitting> (Accessed: 01.06.2020)

14. Pustoshilov A.S., Tsarev S.P. High-precision interpolation of the gnss satellites orbits by machine learning on extended SP3-data. *Uspekhi sovremennoi radioelektroniki*. 2017;(12):48–52. (In Russ.)

15. *The Julia Programming Language*. Available at: <https://julialang.org/> (Accessed: 01.06.2020)

16. Li X., Eldar Y.C., Scaglione A. Low complexity acquisition of GPS signals. In: *2011 IEEE 12<sup>th</sup> International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, 2011, pp. 56–60. DOI: 10.1109/SPAWC.2011.5990476

17. Chang C.L. Modified compressive sensing approach for GNSS signal reception in the presence of interference. *GPS Solutions*. 2016;20(2):201–213. DOI: 10.1007/s10291-014-0429-x

18. He G., Song M., He X., Hu Y. GPS Signal Acquisition Based on Compressive Sensing and Modified Greedy Acquisition Algorithm. *IEEE Access*. 2019;7:40445–40453. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2906682

19. He G., Song M., Zhang S., Song P., Shu X. Sparse GLONASS Signal Acquisition Based on Compressive Sensing and Multiple Measurement Vectors. *Mathematical Problems in Engineering*. 2020. DOI: 10.1155/2020/9654120

20. Li D., Ma Z., Li W., Zhao J., Wei Z. BDS Cycle Slips Detection and Repair Based on Compressive Sensing. In: Sun J., Yang C., Guo S. (eds) *China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2018 Proceedings*. Springer, Singapore; 2018. Vol. 2, pp. 597–607. DOI: 10.1007/978-981-13-0014-1\_49

21. Selesnick I.W., Arnold S., Dantham V.R. Polynomial Smoothing of Time Series With Additive Step Discontinuities. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2012;60(12):6305–6318. DOI: 10.1109/TSP.2012.2214219

22. *Crustal Dynamics Data Information System NASA's Archive of Space Geodesy Data* Available at: [https://cddis.nasa.gov/Data\\_and\\_Derived\\_Products/CDDIS\\_Archive\\_Access.html](https://cddis.nasa.gov/Data_and_Derived_Products/CDDIS_Archive_Access.html) (Accessed: 01.06.2020)

### Информация об авторах

**Пустошилов Александр Сергеевич**, старший преподаватель, Институт инженерной физики и радиоэлектроники, Сибирский федеральный университет, г. Красноярск, Россия.

**Царев Сергей Петрович**, доктор физико-математических наук, профессор, Институт инженерной физики и радиоэлектроники, Сибирский федеральный университет, г. Красноярск, Россия.

### Information about the authors

**Alexander S. Pustoshilov**, Senior Lecturer, School of Engineering Physics and Radioelectronics, Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia.

**Sergey P. Tsarev** – D.Sc., Professor, School of Engineering Physics and Radioelectronics, Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia.

Поступила / Received: 29.06.2021

Принята в печать / Accepted: 12.07.2021